6) $f(x)=\dfrac{1+Lnx}{1-Lnx}$

Pour $x>e$

$$f(x)=\frac{Ln(x).\left[\dfrac{1}{Lnx}+1\right]}{Ln(x).\left[\dfrac{1}{Lnx}-1\right]}$$

$$f(x)=\frac{\dfrac{1}{Lnx}+1}{\dfrac{1}{Lnx}-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\overbrace{\dfrac{1}{Lnx}}^{0}+1}{\underbrace{\dfrac{1}{Lnx}}_{0}-1}=-1$$

Ou bien : on pose $X=Lnx$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{X\to+\infty}\frac{1+X}{1-X}=-1$$

7) $f(x)=Ln\left(\dfrac{1+x}{2+x}\right)$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x}{2+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$$

D'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=Ln(1)=0$

8) $f(x)=x.Ln\left(\dfrac{1+x}{2+x}\right)$

Pour $x>0$

$$f(x)=x.Ln\left(1-\frac{1}{2+x}\right)$$

On pose $X=\dfrac{-1}{2+x}\Rightarrow x=-\left(\dfrac{2x+1}{x}\right)$

$$x\to+\infty\Rightarrow X\to 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{X\to 0}-\left(\frac{2X+1}{X}\right)Ln(1+X)$$

$$=\lim_{X\to 0}-(2X+1).\frac{Ln(1+X)}{X}$$

$$=(-1)\times 1=-1$$

9) $f(x)=x^2-(Lnx)^5$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2\left[1-\frac{(Ln)^5}{\underbrace{\dfrac{x^2}{0}}}\right]$$

$$=+\infty$$

EX 4 :

1) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\left(\dfrac{Lnx+Ln2}{x-\frac{1}{2}}\right)$

$$=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\left(\frac{Lnx-Ln\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{2}}\right)$$

$$=(Ln)'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=2 \qquad car\,(Ln)'(x)=\frac{1}{x}$$

2) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{Ln\left(\frac{1}{x}\right)+\ln 7}{x-7}$

$$=\lim_{x\to 7}\frac{-(Lnx-\ln 7)}{x-7}$$

$$=-(Ln)'(7)=-\frac{1}{7}$$

3) soit $f(x)=Ln(1+2\sin x)$

$$f'(x)=\frac{2\cos x}{1+2\sin x}$$

$$f(0)=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=f'(0)=2$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn